

静圧潤滑案内面における制御系の解析

竹 下 俊 男^{*}・勝 木 雅 英^{**}・小 森 洋 和^{***}

Analysis of The Control System of an Externally Pressurized Guide-Surface

Toshio TAKESHITA, Masahide KATSUKI, Hirokazu KOMORI

In externally pressurized guide-surface, two actions are necessary. One is to keep the thickness of the oil-film between the guide-surface and the sliding table constant even under the variable loading. The other is to reform non-straight motion of the sliding table, caused by the waviness of the guide-surface, following exactly the standard straight model. Both of them are carried out satisfactorily by the servomechanism with the oil-film control valve.

In this paper, the theoretical linear equations relating the flow of the lubricant and the vertical motion of the sliding table controlled by such a servomechanism, are developed. Experimental verification of the theoretical equations is shown by the method of frequency response.

It is seen that the experiments show the fairly good agreement with the theory, excepting the characteristics for high frequency. It is guessed that the non-linear factors in this control system give the difference between the theory and the experiment.

1 ま え が き

静圧潤滑がなされる案内面においては、二つの機能が必要である。一つは荷重が変動しても案内面と摺動テーブルとの間の油膜厚さが一定に保たれることであり、他の一つは案内面の真直度誤差にもとづくテーブルの非直線的摺動が標準真直面に追従して矯正されることである。いずれも相互に移動する二面間に存在する油膜の弾性率が無限であるように、油の供給を制御する油膜調整器をそなえたサーボ機構によって、これらの機能は達成される。

このようなサーボ機構に関する研究^{(1)~(8)}はかなり多いのであるが、静圧潤滑案内面の制御系を対象としたものはすくないように思われる。

この研究においては、潤滑油の流れおよびサーボ機構によって制御される摺動テーブルの鉛直方向の運動に関して、その線形理論式を展開し、なお周波数応答実験を行なって理論式を吟味した。

2 制 御 系 の 解 析

第1図は静圧潤滑制御系の開いた油圧回路図である。

①は固定絞り部、②は可変絞り部であり対向しているフラッパーは実際の装置では標準面である。また可動テーブル質量 m と標準面とは一体に作られるので m の動きは直ちに標準面にフィードバックされてノズル②との間の隙間 x を変えて入力信号となる。

②は定常状態を設定するための固定絞り部である。

③は油膜調整器のスプール弁ポート部、④は静圧潤滑油膜部である。理論式を求めるにあたって下記のように記号を定める。また油は非圧縮性とする。

α ; 流量係数

d ; ノズルの直径 cm

* 助教授 ** 学生 (現東芝機械KK)

a ; 油膜調整器矩形ポートの幅 (二箇所) に設けられる)

ρ ; 油の密度 $\text{Kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}^4$

g ; 重力の加速度 cm / sec^2

r ; 油の比重量 Kg / cm^3

Q ; 流量 cm^3 / sec

P ; 圧力 Kg / cm^2

P_s ; 供給圧力 Kg / cm^2

X ; ノズル・フラップパーの間隙 cm

Y ; スプールの変位 cm

H ; テーブルの浮上り量 cm

k ; バネ定数 Kg / cm

f_e ; 外力 Kg

m ; テーブルの質量 $\text{Kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}$

m_s ; スプールの質量 $\text{Kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}$

R_{t0} ; テーブルの半径 cm

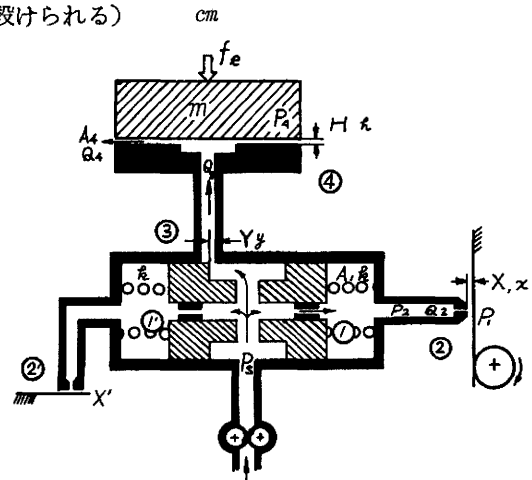
R_{ti} ; テーブルのポケット半径 cm

A ; 面積 cm^2

η ; 絶対粘度 $\text{Kg} \cdot \text{sec} / \text{cm}^2$

R_{20} ; ノズル②の外半径 cm

R_{2i} ; ノズル②の内半径 cm



第1図 装置の油圧回路図

なお理論式における記号の添字は第1図の各部に対応するものであり、添字0は定常状態を示し小文字は微小変化分を示すものとする。

2・1 検出部の伝達関数 第1図において、ノズル①を通る流量 Q_1 は

$$Q_1 = a_1 \frac{\pi}{4} d_1^2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_2)} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ノズル②を通る流量 Q_2 は粘性流と考えて

$$Q_2 = \pi X^3 P_2 / 6\eta l_n \frac{R_{20}}{R_{2i}} \quad \dots\dots\dots(2)$$

フラップパーに微小変位 $-x$ (x だけノズルに近づける) を与えるとき、ノズル①、②を通る流量の変化はそれぞれ

$$\Delta Q_1 = \left(\frac{\partial Q_1}{\partial P_2} \right)_{P_2=P_{20}} \cdot P_2 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\Delta Q_2 = \left(\frac{\partial Q_2}{\partial P_2} \right)_{P_2=P_{20}} \cdot P_2 + \left(\frac{\partial Q_2}{\partial X} \right)_{X=X_0} \cdot -x \quad \dots\dots\dots(4)$$

フラップパー②とノズル①の間の流量変化を q_2 とすると

$$q_2 = \Delta Q_1 - \Delta Q_2 \quad \dots\dots\dots(5)$$

式の簡素化のため(3)、(4)式の係数を求め次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial Q_1}{\partial P_2} \right)_{P_2=P_{20}} &= -a_1 \frac{\pi}{4} d_1^2 \frac{1}{\sqrt{2\rho(P_s - P_{20})}} \equiv C_1 \\ \left(\frac{\partial Q_2}{\partial P_2} \right)_{P_2=P_{20}} &= \pi X_0^3 / 6\eta l_n \frac{R_{20}}{R_{2i}} \equiv C_2 \\ \left(\frac{\partial Q_2}{\partial X} \right)_{X=X_0} &= \pi X_0^2 P_{20} / 2\eta l_n \frac{R_{20}}{R_{2i}} \equiv C_3 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(6)$$

(6)式を(5)式に代入して整理すると

$$p_2 = \frac{1}{C_1 - C_2} (q_2 - C_3 x) \quad \dots\dots\dots(7)$$

同様にしてノズル①, ②を通る流量 Q'_1 , Q'_2 よりそれぞれの流量変化を求めて整理すると次式が得られる。

$$p'_2 = \frac{q'_2}{C'_1 - C'_2} \quad \dots\dots\dots(8)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} q'_2 &= 4Q'_1 - 4Q'_2 \\ \left(\frac{\partial Q'_1}{\partial P'_2} \right)_{P'_2=P'_{20}} &= -\alpha'_1 \frac{\pi}{4} d_1'^2 \frac{1}{\sqrt{2\rho(P'_2 - P'_{20})}} \equiv C'_1 \\ \left(\frac{\partial Q'_2}{\partial P'_2} \right)_{P'_2=P'_{20}} &= \alpha'_2 \pi d_2' X' \frac{1}{\sqrt{2\rho(P'_{20} - P'_1)}} \equiv C'_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(9)$$

フラップパーが $(-x)$ 変位することにより, スプールのが y だけ左方に変位したとすると

$$q_2 = A_1 \frac{dy}{dt}, \quad q'_2 = -A_1 \frac{dy}{dt} \quad \dots\dots\dots(10)$$

一方, スプールの運動方程式は

$$A_1(p_2 - p'_2) = 2ky + m_s \frac{d^2 y}{dt^2} \quad \dots\dots\dots(11)$$

(7), (8), (10)式を(11)式に代入して整理すると

$$-m_s \frac{d^2 y}{dt^2} + A_1^2 \left(\frac{1}{C_1 - C_2} + \frac{1}{C'_1 - C'_2} \right) \frac{dy}{dt} - 2ky = \frac{A_1 C_3}{C_1 - C_2} \cdot x \quad \dots\dots\dots(12)$$

いま, スプールの質量を無視し(12)式をラプラス変換すると

$$\left[A_1^2 S \left(\frac{1}{C_1 - C_2} + \frac{1}{C'_1 - C'_2} \right) - 2k \right] y = \frac{A_1 C_3}{C_1 - C_2} \cdot x \quad \dots\dots\dots(13)$$

上式は一次遅れの系となっており, その時定数 T_1 およびゲイン定数 K_1 は次式で与えられる。

$$T_1 = \frac{A_1^2}{2k} \left(\frac{1}{C_2 - C_1} + \frac{1}{C'_2 - C'_1} \right) \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$K_1 = \frac{A_1 C_3}{2k(C_2 - C_1)} \quad \dots\dots\dots(15)$$

伝達関数 $G_1(S)$ は

$$G_1(S) = \frac{y}{x}(S) = \frac{K_1}{T_1 S + 1} \quad \dots\dots\dots(16)$$

周波数伝達関数 $G_1(j\omega)$ は

$$G_1(j\omega) = \frac{K_1}{1 + T_1^2 \omega^2} - j \frac{K_1 \omega T_1}{1 + T_1^2 \omega^2} \quad \dots\dots\dots(17)$$

よってゲインは

$$M_1 = |G_1(j\omega)| = \frac{K_1}{\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}}$$

これをデシベル単位にすると

$$g_1 = 20 \log_{10} K_1 - 10 \log_{10} (1 + \omega^2 T_1^2) \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$\text{位相は } \tan \theta_1 = \omega T_1 \quad \dots\dots\dots(19)$$

2・2 出力部の伝達関数 油膜調整器内の矩形ポートを通る流量 Q_3 は

$$Q_3 = 2a_3 a Y \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_2 - P_3)} \quad \dots\dots\dots(20)$$

テーブルを通る流量 Q_4 は粘性流として

$$Q_4 = \pi H^3 P_3 / 6\eta \ell_n \frac{R_{40}}{R_{4i}} \quad \dots\dots\dots (21)$$

いま、スプールに変位 y を与えたとき絞り③および、テーブルの流量変化はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \Delta Q_3 &= \left(\frac{\partial Q_3}{\partial Y} \right)_{Y=Y_0} \cdot y + \left(\frac{\partial Q_3}{\partial P_3} \right)_{P_3=P_{30}} \cdot p \\ \Delta Q_4 &= \left(\frac{\partial Q_4}{\partial H} \right)_{H=H_0} \cdot h + \left(\frac{\partial Q_4}{\partial P_3} \right)_{P_3=P_{30}} \cdot p_3 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (22)$$

よって、滑り面内の流量変化は $q_4 = \Delta Q_3 - \Delta Q_4$ (23)

式の簡素化のため(22)式の係数を求め次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial Q_3}{\partial Y} \right)_{Y=Y_0} &= 2\alpha_3 a \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_3 - P_{30})} \equiv C_4 \\ \left(\frac{\partial Q_3}{\partial P_3} \right)_{P_3=P_{30}} &= -2\alpha_3 a Y_0 / \sqrt{2\rho (P_3 - P_{30})} \equiv C_5 \\ \left(\frac{\partial Q_4}{\partial H} \right)_{H=H_0} &= \pi H_0^2 P_{30} / 2\eta \ell_n \frac{R_{40}}{R_{4i}} \equiv C_6 \\ \left(\frac{\partial Q_4}{\partial P_3} \right)_{P_3=P_{30}} &= \pi H_0^3 P_{30} / 6\eta \ell_n \frac{R_{40}}{R_{4i}} \equiv C_7 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$q_4 = A_4 \frac{dh}{dt} \quad \dots\dots\dots (25)$$

以上の(22)ないし(25)式から次式が得られる。

$$p_3 = \left(A_4 \frac{dh}{dt} C_6 h - C_4 y \right) / (C_5 - C_7) \quad \dots\dots\dots (26)$$

テーブル内の平均圧力を P_m とすると

$$Q_4 = \pi H^3 P_m / 6\eta \ell_n \frac{R_{40}}{R_{4m}} \quad \dots\dots\dots (27)$$

ただし R_{4m} は P_m を与えるテーブル上の半径とする。

(21)式と(27)式とから

$$P_3 / \ell_n \frac{R_{40}}{R_{4i}} = P_m / \ell_n \frac{R_{40}}{R_{4m}}$$

よって

$$\frac{P_m}{P_3} = \ell_n \frac{R_{40}}{R_{4m}} / \ell_n \frac{R_{40}}{R_{4i}} \equiv \kappa \quad \dots\dots\dots (28)$$

一方、ポケット内の圧力 P_3 は負荷能力の式から

$$P_3 = \frac{2W}{\pi} / \frac{R_{40}^2 - R_{4i}^2}{\ell_n R_{40} / R_{4i}} \quad \dots\dots\dots (29)$$

もし荷重 W が一定ならば、静的な場合、 P_3 は常に一定であり、 $p_3 = 0$ である。しかしテーブルの浮上り量 h によってあたかも負荷面積が変化するかのように負荷能力が変わるので、 P_3 が一定でなくなる。このポケット内の圧力の増分を p'_3 とし、微小範囲における変化は実験の結果から、ほぼ直線的であるとみなすと

$$p'_3 = \varphi h \quad \dots\dots\dots (30)$$

とおくことができる。テーブルの運動方程式は p_3 と p'_3 とによって生ずる P_m の変化分をそれぞれ p_m , p'_m とすると次式であらわされる。

$$f_e + m \frac{d^2h}{dt^2} = P_m A_4 + (p_m - p'_m) A_4 - mg \quad \dots\dots\dots(31)$$

これに(26), (28), (30)式を代入すると

$$f_e + m \frac{d^2h}{dt^2} = P_m A_4 + \kappa A_4 \left(A_4 \frac{dh}{dt} + C_6 h - C_4 y \right) / (C_5 - C_7) - K \varphi h A_4 - mg$$

ここで $y=0$ のとき $h=0$ であるから $f_e + mg = P_m A_4$ よって

$$\frac{C_7 - C_5}{A_4 \kappa C_4} m \frac{d^2h}{dt^2} + \frac{A_4}{C_4} \cdot \frac{dh}{dt} + \left(\frac{C_7 - C_5}{C_4} \cdot \varphi + \frac{C_6}{C_4} \right) h = y \quad \dots\dots\dots(32)$$

上式において

$$m(C_7 - C_5)/C_4 A_4 \kappa \equiv A, \quad A_4/C_4 \equiv B, \quad (C_7 - C_5)\varphi/C_4 + C_6/C_4 \equiv C \quad \dots\dots\dots(33)$$

$$A \frac{d^2h}{dt^2} + B \frac{dh}{dt} + Ch = y \quad \text{ラプラス変換して}$$

$$G_2(S) = h/y(S) = 1/(AS^2 + BS + C) \quad \dots\dots\dots(34)$$

周波数伝達関数

$$G_2(j\omega) = \frac{C - A\omega^2}{(C - A\omega^2)^2 + B^2\omega^2} - j \frac{B\omega}{(C - A\omega^2)^2 + B^2\omega^2} \quad \dots\dots\dots(35)$$

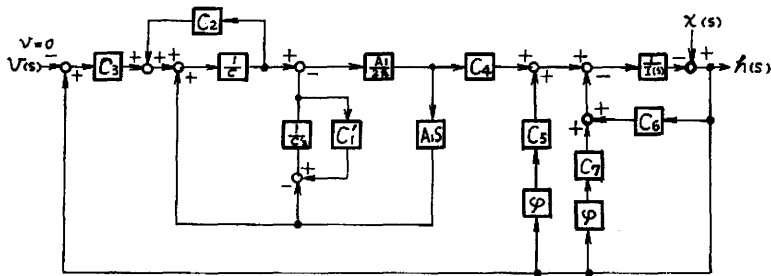
$$\text{ゲイン } M_2 = |G_2(j\omega)| = \frac{1}{C} \left/ \sqrt{\left(1 - \frac{A}{C}\omega^2\right)^2 + \left(\frac{B}{C}\right)^2\omega^2}\right. \quad \dots\dots\dots(36)$$

$$\text{ゲイン定数 } K_2 = \frac{1}{C}$$

$$\text{位相 } \angle G_2(j\omega) = \tan\theta_2 = -B\omega/(C - A\omega^2) \quad \dots\dots\dots(37)$$

ゲインをデシベル単位にすると

$$g_2 = 20 \log_{10} K_2 - 10 \log_{10} \left\{ \left(1 - \frac{A}{C}\omega^2\right)^2 + \left(\frac{B}{C}\right)^2\omega^2 \right\} \quad \dots\dots\dots(38)$$



第2図 直結フィードバックした場合のブロック線図

第2図は閉回路にした場合の全伝達関数のブロック線図である。図中の $I(S)$ は

$$I(S) = \frac{C_7 - C_5}{A_4 \kappa} \cdot S^2 + A_4 S$$

3 数 値 計 算

3・1 計算の基礎となる諸元の実測

i ノズル, フラッパーの静特性 第3図にノズル, フラッパーの静特性曲線を示す。実験に使用したものではノズルの先端がある程度平らになっているので, 粘性流の理論値が実験値と比較的に一致した。この結果からノズル, フラッパーの間隙, および入力変位を次のように定めた。

$$X_0 = 90\mu, \quad x = \pm 11\mu$$

また, テーブルの浮上り量は実測にて $H_0 = 100\mu$

ii 油膜調整器の矩形ポートの流量係数 スプールの定常位置 $Y_0=1.2 \times 10^{-2} \text{ cm}$ に対し, $P_{30}=2.22 \text{ Kg/cm}^2$ $Q_{30}=6.26 \text{ cm}^3/\text{sec}$ の実測値を得たので(24)の式から

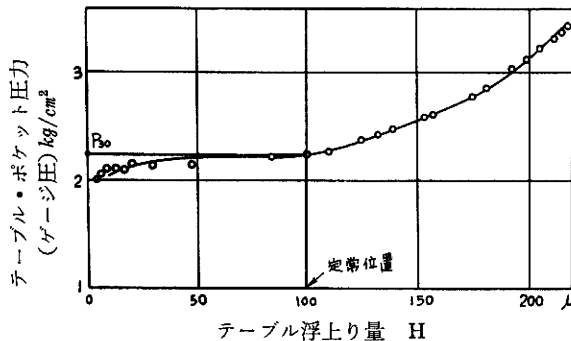
$$\alpha_3 = Q_{30} / 2a Y_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_{30})} = 1.84 \times 10^{-1}$$

iii テーブル, ポケット内の圧力変化の測定 測定の結果を第4図に示す。図の曲線のうちで $H=H_0$ のところにおける接線の勾配が φ であり, $H_0=100 \mu$ において

$$\varphi = 36 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} / \text{cm}$$

iv スプールの有効受圧面積 スプールの変位とスプールの両面間の圧力差の関係を実測した結果は大よそ直線的な関係が得られ, これから有効受圧面積 A_1 は $A_1=2.65 \text{ cm}^2$

第1表は以上の結果および装置各部の実測値をま



第4図 テーブル・ポケット圧力と浮上り量

そこで $\kappa=2.50 \times 10^{-1}$

第1表

理論計算に用いた諸元の数値

記号	数値	単位	記号	数値	単位	記号	数値	単位
a	6.00×10^{-1}	cm	R_{20}	4.00×10^{-1}	cm	$P_{20}=P'_{20}$	3.38	kg/cm ²
k	1.11×10	kg/cm	R_{2i}	1.50×10^{-1}	cm	g	9.80×10^2	cm/sec ²
$\alpha_1=\alpha_2$	1.00		R_{40}	5.00	cm	r	9.10×10^{-4}	kg/cm ³
α_3	1.84×10^{-1}		R_{4i}	1.50	cm	η	1.40×10^{-7}	kg.sec/cm ²
d_1	1.00×10^{-1}	cm	X_0	9.00×10^{-3}	cm	mg	4.31×10	kg
d_2	3.00×10^{-1}	cm	Y_0	1.20×10^{-2}	cm	A_1	2.65	cm ²
d'_1	7.00×10^{-2}	cm	H_0	1.00×10^{-2}	cm	φ	3.60×10	kg/cm ² /cm
d'_2	1.45×10^{-1}	cm	P_s	5.30	kg/cm ²			

以上の理論値および実測値を(6), (9), (24)式に代入してそれぞれ係数を求めると

$$C_1 = -4.16 \text{ cm}^5/\text{Kg} \cdot \text{sec}$$

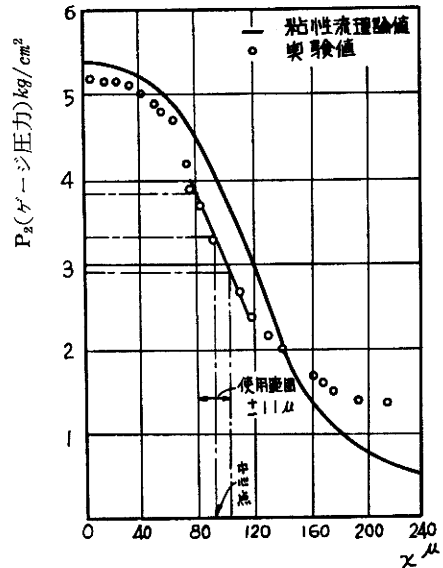
$$C_2 = 2.78 \text{ cm}^5/\text{Kg} \cdot \text{sec}$$

$$C_3 = 3.13 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{sec}$$

$$C_4 = 5.71 \times 10^2 \text{ cm}^2/\text{sec}$$

$$C_5 = -1.11 \text{ cm}^5/\text{Kg} \cdot \text{sec}$$

$$C_6 = 2.06 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Kg} \cdot \text{sec}$$



第3図 ノズル・フラッパー静特性曲線

とめて記入したものである。

3・2 理論値の計算

$$\rho = \gamma/g = 9.28 \times 10^{-7} \text{ Kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}^4$$

$$A_4 = \pi R_{10}^2 = 7.85 \times 10 \text{ cm}^2$$

$$Q'_{10} = Q'_{20} \text{ とおくと}$$

$$X' = \frac{d'^2_{11}}{4d'^2_{21}} \sqrt{\frac{P_s - P_{20}}{P_{20}}} = 9.2 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

$$(28) \text{式から } \kappa = \frac{P_m}{P_{30}}$$

$$\text{ところで } P_m = \frac{mg}{A_4} = 5.50 \times 10^{-1} \text{ Kg/cm}^2$$

$$C_1=6.86 \text{ cm}^5/\text{Kg} \cdot \text{sec}$$

$$C'_1=-2.03 \text{ cm}^5/\text{Kg} \cdot \text{sec}$$

$$C'_2=1.68 \text{ cm}^5/\text{Kg} \cdot \text{sec}$$

以上の数値を(3)式に代入して

$$A=3.16 \times 10^{-5} \text{ sec}^2$$

$$B=1.36 \times 10^{-1} \text{ sec}$$

$$C=4.12$$

ゲイン定数, 時定数の値は

$$K_1=54.6$$

$$T_1=0.132 \text{ sec}$$

よって

$$g_1=34.7-10 \log_{10}(1+0.0175\omega^2), \tan\theta_1=-0.132\omega$$

$$g_2=-0.614-10 \log_{10}\{(1-7.68 \times 10^{-6}\omega^2)^2+1.05 \times 10^{-3}\omega^2\}$$

$$\tan\theta_2=-1.36 \times 10^{-1}\omega/(4.12-3.16 \times 10^{-5}\omega^2)$$

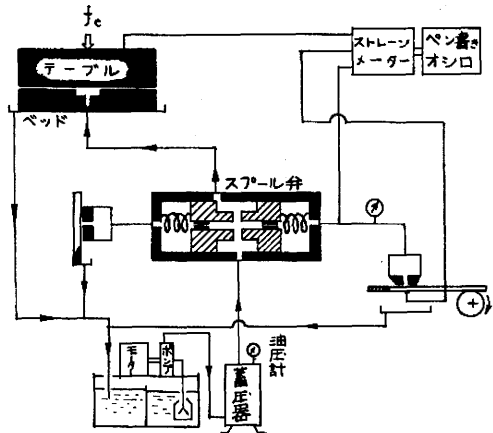
4 周波数応答実験

4.1 実験装置 第5図は装置の概要図である。

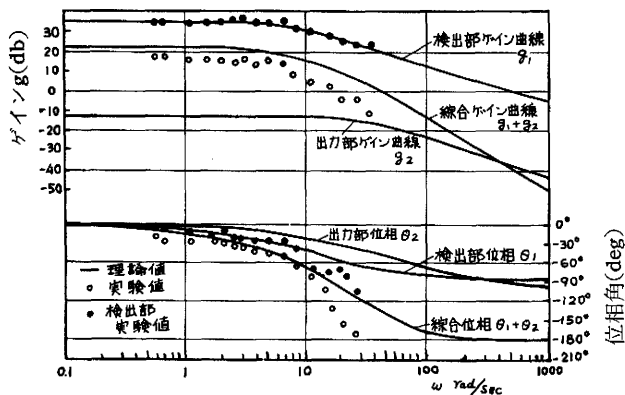
フラッパーとして板ばねを用い, その一端を固定し, 他端を偏心カムにて駆動し, 入力変位 x を与える。

フラッパー, スプール弁, テーブルの各動きをストレンメーターとペン書きオシロにて測定, 記録しゲインおよび位相差を求めた。

4.2 実験結果ならびに考察 第6図は開回路のボード線図であり, 実線はさきに計算した理論値で丸印は実験値を示す。ただし検出部のゲイン および位相の実験値は直接, スプールの動き y を求めたものでなく, 便宜上脊圧室の圧力を測定して, スプールの変位に計算によってなおしたものである。第6図を見ると検出部の実験値, 理論値はほぼ一致しているが総合特性においてはゲインが理論値よりも低く, 位相は理論値よりも遅れている。このことは理論式には次のような数多くの仮定があり, 大ざっぱな線形理論式としたための誤差である。すなわち次の仮定が設けられている。



第5図 実験装置の概要図



第6図 装置の周波数特性線図

以上のような仮定は何れも周波数が大きい程理論値との差が大きくなる性質のものであり

理論式には次のような数多くの仮定があり, 大ざっぱな線形理論式としたための誤差である。すなわち次の仮定が設けられている。

- i スプールの慣性力は無視できる。
- ii 管内油の慣性力は無視できる。
- iii スプールの周囲, その他に油もれない。
- iv 管路の摩擦抵抗はない。スプール周辺の摩擦抵抗はない。
- v すべての変位は微小である。
- vi 油は非圧縮性である。
- vii 流量係数は常に一定である。

事実第6図にあきらかにその傾向が見られる。しかしながら実験点の傾向は解明した理論曲線にはば沿っており、なお不備な点は数多くあるがこのような制御系について一応の解析がなされたものと考えることができる。理論値の計算において最も厄介なものは流量係数の値をどのようにとるかであり、これはスリット間隙、レイノルズ数によって異なることが知られており、この報告においては東工大、板谷氏の実験結果⁽¹⁾を参照して実験的に求めた。

5 む す び

案内面の静圧潤滑制御系の解析にあたって、理論的には荷重が一定ならば負荷面下の流体圧力は一定であり、負荷能力も一定である筈であるが、実際にはテーブルの浮上り量が大きくなるにつれて負荷能力が減少する。負荷をより高い位置に維持するためにはそれだけ負荷面下の流体圧力を高める必要がある。この圧力の増分は微小範囲においてテーブルの浮上り量に比例するものとしてテーブルの鉛直方向の運動に関する線形方程式を導いた。またこの制御系の伝達関数を三次式であらわした。この制御系の開き回路の周波数応答実験をおこない系の周波数特性を求め理論値と比較した結果は、高周波特性を除いては、可成り良く理論と実験は一致しており、一応系の解析の目的が達成されたものと考えらる。

文 献

- 1) 佐々木・森・和田, 潤滑, 8-5 (昭38-5), 330
- 2) 和田, 機械の研究, 16-6 (昭39-6), 742
- 3) 佐々木・森・矢部, 機械の研究, 14-1 (昭37-1), 11
- 4) 3)に同じ 14-2 (昭37-2), 281
- 5) 佐藤, 機械の研究, 9-3 (昭32-3), 406
- 6) L. Licht, Trans ASME, Ser. D, 81-2 (1959-2), 109
- 7) S. B. Malonoski, Trans ASME, Ser. D, 83-2 (1961-2), 179
- 8) M. T. Ling, Trans. ASME, Ser. D, 84-1 (1962-1), 119
- 9) 板谷, 機械学会誌, 66-537 (昭38-10), 1382

(昭和39年9月30日受理)